

III региональная учебно-практическая конференция  
детских исследовательских и проектных работ «Эврика!»

Исследование в области математики

## ФРАКТАЛЫ В ТЕЛЕ ЧЕЛОВЕКА

*Автор:*

Корнюшина Дарья  
Россия, Иркутская область,  
Усольский район, д.Буреть  
МБОУ «Буретская СОШ», 11  
класс

*Научный руководитель:*

Дробышева Светлана  
Евгеньевна  
учитель математики первой  
квалификационной категории  
МБОУ «Буретская СОШ»

## СОДЕРЖАНИЕ

АННОТАЦИЯ .....	3
ВВЕДЕНИЕ .....	4
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	6
1.1. История возникновения фракталов. ....	6
1.2. Классификация фракталов. ....	6
1.2.1. Геометрические фракталы .....	7
1.2.2. Алгебраические фракталы.....	7
1.2.3. Стохастические фракталы.....	7
1.3. Фракталы в теле человека. ....	7
1.3.1. Анатомия и фракталы.....	8
1.3.2. Физиология и фракталы .....	8
ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ .....	10
2.1. Анализ ЭКГ .....	10
2.2. Социологический опрос .....	10
2.3. Создание буклета .....	10
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	11

## **АННОТАЦИЯ**

**Цель работы** - исследование фракталов в теле человека

Тело человека состоит из множества сложных структур, которые можно описать математически, ведь они в большинстве своём фрактальны, что и раскрывается в работе. В ходе социологического опроса выяснилось, что большая часть анкетированных не имеют представления о фракталах, причем опрошенные были представителями разных социальных групп и возрастов. На основе полученных данных был создан буклет, который способен разъяснить человеку эту тему просто и доступно. Главный вывод, к которому я пришла – фрактальное анатомическое и физиологическое строение тела является здоровым и правильным. Нарушение фрактальности помогает своевременно выявлять болезни.

**Ключевые слова:** математика, фрактальная геометрия, фрактал, человеческое тело, анатомия, физиология.

## ВВЕДЕНИЕ

«Высшее назначение математики – находить порядок в хаосе, который нас окружает»

- Норберт Винер

Все мы – люди. Ведем обычную человеческую жизнь, которая полна красок и эмоций. Вокруг нас есть мир, который таит в себе множество интересных загадок. Разгадать одну из них люди пытались ещё в древности. Изображение этого таинственного явления мы находим на керамике Трипольской культуры (с 5450 по 2700 год. до н. э.), в очертаниях построения селений и городищ, архитектуре зданий. И я уверена, что каждый человек в жизни замечал вокруг повторяющиеся формы деревьев, где из ствола исходят ему подобные веточки, находил интересную дублирующую узор в пропорциях золотого сечения ракушку на берегу, и даже в домах, которые строит человек, есть то явление, о котором я хотела бы рассказать. Это фрактал.

Можно сказать, что фрактал – это узор, который повторяет сам себя в разных масштабах до бесконечно малого или бесконечно большого. Он рождается не просто повторением форм, а скорее повторением процесса, который применяется к форме [1]. Бесконечная цепочка самопостроения.

Любой из нас согласится с тем, что мы крайне редко задумываемся об органичности и продуманности нашего тела. Ни для кого не секрет, что человеческое тело содержит множество очень сложных структур. К примеру, грандиозное разветвление бронхов, определенные части сердца, почечная концепция, большие кровеносные и капиллярные сети также т. д. Данные текстуры, настоящие физиологические концепции, имеют геометрические и многофункциональные сложности. Четкий подход к данным явлениям непременно протекает посредством этапа математического моделирования.

Наверное, вы зададитесь вопросом, почему меня привлекла эта тема. Всё дело в том, что я очень люблю математику, и вместе с тем интересуюсь клинической психологией, которая включает в себя комплекс изучения порядка работы головного мозга. Сначала это было моим увлечением, однако вскоре я осознала, что хочу связать с клинической психологией всю свою жизнь, и в качестве будущей профессии выбрать именно её. Это стало моей obsession и compulsive к изучению.

Если познакомиться с фракталами, то их можно найти в теле человека – это гипотеза моей работы, а цель данной работы - это исследование фракталов в теле человека.

Я считаю, что все вышесказанное обуславливает актуальность выбранной темы.

Предметом исследования является фрактальная геометрия.

Объектом исследования выступают фракталы в теле человека.

В процессе работы мною были выделены следующие задачи проекта:

1. Проанализировать и проработать литературу по теме проекта.

2. Рассмотреть и изучить различные виды фракталов.
3. Дать представление о фракталах, встречающихся в нас.
4. Провести социологический опрос и проанализировать его
5. Создание буклета «Фракталы в теле человека»

Методы исследования – поисковый метод (научная литература, информация в сети Internet, научно-познавательные фильмы), опрос, анализ и синтез информации.

## **ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **1.1. История возникновения фракталов.**

Сам термин «фрактал» возник благодаря открытию гениального научного работника Бенуа Мандельброта (Прил., рис.1).

Просматривая итоги замеров шума, Мандельброт сконцентрировал внимание на одну необычную регулярность — графики шумов в различном масштабе оказались идентичными. Схожая ситуация отслеживалась вне зависимости от того, был данный график шумов за один день, неделю или час. Стоило поменять масштаб графика, и ситуация каждый раз повторялась [2].

Происхождение фрактальной геометрии принято связывать с выходом в 1977 году книги Мандельброта *The Fractal Geometry of Nature*. Эта книга была основана на научных трудах других исследователей, что трудились в 1875-1925 годах над исследованием фракталов (Пуанкре, Фату, Жюлиа, Кантор, Хаусдорф). Но сделать их работы единым целым получилось лишь в наше время [3].

Современные ученые неслучайно так заинтересованы фрактальной геометрией. Данное открытие позволяет изложить математически то, что нас окружает, и переместить математику со страниц учебников в действительно каждый элемент настоящего мира, от прогноза стоимости на рынке ценных бумаг вплоть до совершения новых открытий в теоретической физике, в том числе и в безграничную Вселенную!

Нужно отметить, что само название «фрактал» не обладает общепризнанным строгим определением. Оно может применяться тогда, когда рассматриваемый объект обладает хотя бы одним из нижеперечисленных свойств:

- ✓ Обладает нетривиальной структурой на всех масштабах. В этом отличие от регулярных: если мы рассмотрим небольшой фрагмент регулярной фигуры в очень крупном масштабе, то он будет похож на фрагмент прямой. Для фрактала умножение масштаба не ведёт к упрощению структуры, то есть на всех шкалах мы увидим идентично сложную картину.

- ✓ Является самоподобным или приближённо самоподобным.

- ✓ Обладает дробной метрической размерностью или метрической размерностью, превосходящей топологическую [4].

Первые примеры самоподобных множеств с необычными свойствами появились в XIX веке. Примером является множество Кантора [1].

### **1.2. Классификация фракталов.**

Классификацию фракталов предложил в 2005 году наш соотечественник Потапов Александр Александрович, и вскоре она была одобрена самим Бенуа Мандельбротом.

По классификации Потапова фракталы делятся на две группы [4]:

- ✓ Фракталы, созданные учеными, которые делятся на геометрические, алгебраические, стохастические

## ✓ Фрактальные объекты природы [5]

### 1.2.1. Геометрические фракталы

Фракталы данного класса наиболее наглядные. В двухмерном случае их получают с помощью некоторой ломаной (либо поверхности в трехмерном случае), именуемой генератором. За один этап алгоритма любой из отрезков, составляющих ломаную, заменяется на ломаную-генератор, в надлежащем масштабе. В следствии бесконечного повторения этой операции, получается геометрический фрактал. Ниже я приведу примеры геометрических фракталов. Кривая Коха — фрактальная кривая, описанная в 1904 году шведским математиком Хельге фон Кохом. Три копии кривой Коха, построенные на сторонах правильного треугольника, образуют замкнутую кривую бесконечной длины, называемую снежинкой Коха (Прил., рис.2).

Фрактал под названием «Пятиугольник Дюрера» (Прил., рис.3) был назван в честь немецкого живописца и графика Альбрехта Дюрера. Именно он в 1525 изобретает правило построения правильного пятиугольника.

Кривая дракона (Прил., рис.4) — общее название для некоторых фрактальных кривых, которые могут быть аппроксимированы рекурсивными методами, такими как L-системы. Был впервые исследован физиками NASA — Джоном Хейтуэем, Брюсом Бэнксом, и Вильямом Хартером.

### 1.2.2. Алгебраические фракталы

Это самая большая группа фракталов. Получают их с помощью нелинейных процессов в n-мерных пространствах. Особенно изучены двухмерные процессы. Интерпретируя нелинейный итерационный процесс, как дискретную динамическую систему, можно пользоваться терминологией концепции данных систем: фазовый портрет, установившийся процесс, аттрактор и т.д.

В качестве образца рассмотрим множество Мандельброта (Прил., рис.5, рис.6). Метод его построения довольно элементарен и базируется на простом итеративном выражении:

$$Z[i+1] = Z[i] * Z[i] + C, \text{ где } Z[i] \text{ и } C - \text{ комплексные переменные.}$$

### 1.2.3. Стохастические фракталы

Еще одним знаменитым классом фракталов являются стохастические фракталы, которые получаются в том случае, если в итерационном процессе случайным образом менять какие-либо его параметры. При этом получаются предметы весьма похожие на природные (Прил., рис.7) – несимметричные деревья, изрезанные прибрежные линии и т.д. Двумерные стохастические фракталы применяются при моделировании рельефа местности и поверхности моря. [6]

## **1.3. Фракталы в теле человека.**

Как и во всех окружающих нас элементах вещественного мира, в теле человека существует множество элементов фрактальной геометрии.

### 1.3.1. Анатомия и фракталы

Анатомия – область биологии и конкретно морфологии, исследующая строение тела, организмов и их частей на уровне выше тканевого. Анатомия как наука исследует не только наружное строение организма в целом, но и внутреннюю форму и структуру органов, входящих в его состав.

Для начала стоит рассмотреть сам общий вид тела здорового человека. Уже даже в очертаниях тела мы смогли обнаружить фракталоподобные фигуры. В качестве основания фрактала выступает туловище, из которого исходит его подобие - руки и ноги. Из рук и ног исходят подобные им по форме конечности – пальцы. Наша голова собой представляет шар, при этом наши глаза и их элементы тоже шарообразны, соответственно одно является подобием другого. Однако, это не просто красивая оптическая иллюзия, но и вариант здорового, правильного и органичного строения тела человека, напрямую связанный и фрактальной геометрией.

Одним из самых наглядных примеров наличия фрактальной структуры является кровеносная система в нашем теле. По мере удаления кровеносных сосудов от сердца они становятся мельче. Это заставляет нас задуматься о том, что в них присутствует фрактальность строения. И мы не ошибёмся, ведь можно даже наглядно это заметить (Прил., рис.8). Из одного основного сосуда появляются ответвления, из ответвлений – другие.

Фракталоподобная структура соединительно-тканых образований (сухожилий) в самом сердце прикрепляет митральный и трехстворчатый клапаны к мышцам. Если эту структуру нарушить, появится патология строения сердца, что иногда даже бывает несовместимо с жизнью. Вышесказанное обуславливает важность фрактального строения данного органа.

### 1.3.2. Физиология и фракталы

Физиология – экспериментальная наука. Она исследует жизнедеятельность организма и отдельных его систем. Физиология старается выявить механизмы регуляции физиологических функций организма и его связь с окружающей средой.

Движения глаз. Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет психологии, и Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики (МГТУ) занимаются исследованием связи фрактальных структур и глаз. Естественный ход поисковых перемещений наших глаз — фрактальный (Прил., рис.9). При совпадении размерности траектории движения глаз и фрактального объекта мы впадаем в состояние физиологического резонанса, за счет чего активизируется деятельность конкретных участков мозга. Траектория человеческих движений при балансировке также напоминает фрактальные структуры [7].



Сибирский государственный технологический университет, а если точнее, Белокопытов Юрий Николаевич, доктор психологических наук, в результате своих исследований считает, что человеческий мозг также можно представить как фрактальную голограмму. Мозг отражает окружающий мир, и так же, как и многие другие системы, работает в нелинейном, хаотическом режиме. В нем постоянно идут процессы самоорганизации нейронных структур. Согласно основаниям синергетической и фрактальной моделей, каждому элементу информации в траекториях аттрактора соответствует один из циклов, которых в хаотическом аттракторе содержится бесконечное множество [8].

Еще одним ярким примером является ритм сердца. Изучением этого занимаются всю свою жизнь кардиологи из Бостона. Когда они проанализировали данные сердечного ритма тысяч людей, они пришли к выводу, что в них есть фрактальные структуры, ведь если рассмотреть очертания графика ритма биения сердца, можно отчетливо увидеть сходство с линией контура гор, и именно эти линии Мандельброт показывает в своей книге. Увеличив график биения сердца, кардиологи поняли, что сердечный ритм фрактален. Уже сейчас это открытие помогает врачам быстрее выявлять заболевания, ведь фрактальная структура графика ритма сердца является здоровой, и отклонения от неё являются патологией.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### 2.1. Анализ ЭКГ

После прочтения множества научных статей я решила сравнить ЭКГ здорового человека с ЭКГ человека с патологиями сердечно сосудистой системы.

Я обратилась за помощью к учителям и районной поликлинике. Таким образом, я получила ЭКГ реальных людей со здоровым сердцем и с заболеваниями сердечно-сосудистой системы, отсканировала и создала точную цифровую копию с помощью специальных программ.

Я выявила, что сердечный ритм здорового человека обладает самоподобием. Быстрые изменения выглядят почти так же, как медленные, в отличии от ЭКГ с выявленными патологиями. (Прил., рис.12 - 14).

### 2.2. Социологический опрос

Для подтверждения заявленной актуальности работы, я провела опрос людей двух разных социальных групп: учащиеся школы и учителя. Опрос был составлен в Google forms: <https://forms.gle/mrHvzspnKuSuSiRJ6>. В опросе приняли участие 13 учителей, 20 одиннадцатиклассников, 4 десятиклассника, и 6 девятиклассников (Прил., рис.15).

Опрос показал, что всего 16,3% опрошенных знают о существовании фракталов (Прил., рис.16)! Остальные 87,3% не знают, что такое фракталы. Однако, следующий вопрос: «Приведите пример фрактальной структуры в природе», подрывает надежность статистики, ведь 86% опрошенных не смогли на него ответить. (Прил., 17 рис.), Это заставляет задуматься о том, что многие люди не знают о природе окружающего мира и человеческого тела! Я сделала вывод, что необходимо просвещение людей всех возрастных и социальных групп на эту тему, ведь фракталы описывают окружающий нас мир. Ещё совсем недавно физики и биологи серьёзно заинтересовались этой сферой, и уже сейчас занимаются открытием новых методов лечения. Эта отрасль в науке перспективна, и стоит задуматься о её значимости в современном мире.

### 2.3. Создание буклета

Поняв, что многие люди не осведомлены и совсем не знают о фракталах, я приняла решение создать буклет, где кратко будет изложена основная информация о связи фракталов с человеческим телом.

Я создавала буклет с помощью сайта [canva.com](https://canva.com) (Прил., 18-19 рис.), приоритетом при создании было сделать понятный информационный продукт для каждого потенциального читателя.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все мы – люди. Ведем обычную человеческую жизнь, которая полна красок и эмоций. Вокруг нас есть мир, который таит в себе множество интересных загадок. Но я уверена, что после прочтения данной работы вы разгадали некоторые из них. Тело человека состоит из множества сложных структур, которые можно описать математически, ведь они в большинстве своём фрактальны. Для этого необходимо углублённое изучение математики, поэтому я и планирую в будущем поступить в университет на специальность «клиническая психология», где будет возможность связать работу головного мозга с высшей математикой.

Главный вывод, к которому я пришла – фрактальное анатомическое и физиологическое строение тела является здоровым и правильным. Нарушение фрактальности помогает своевременно выявлять болезни.

Стоит отметить, что в ходе опроса выяснилось, что большая часть анкетированных не имеют представления о фракталах, причем опрошенные были представителями разных социальных групп и возрастов. На основе полученных данных был создан буклет, который способен разъяснить человеку эту тему просто и доступно.

Практически всё, что находится в нашем теле, является фракталом – это было нашей гипотезой, и она подтвердилась. В работе есть множество подтверждений этому в виде теоретических примеров.

Я ставила перед собой ряд задач, все они выполнены, а именно:

1. Проанализирована и проработана литература по теме проекта.
2. Рассмотрены и изучены различные виды фракталов.
3. Сформировано представление о фракталах, встречающихся в нас.
4. Проведён и проанализирован социологический опрос.
5. Создан буклет «Фракталы в теле человека».

Цель работы была достигнута, мной проведено исследование фракталов в теле человека.

Практическая значимость моей работы состоит в том, что она может быть использована школьниками для повышения образовательного уровня при изучении тем по биологии и математики.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Википедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Фрактал>
2. Бенуа Мандельброт. Фрактальная геометрия природы/ Москва: Институт компьютерных исследований, 2002.- 656 стр.
3. Причудливый мир бесконечных фракталов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.bbc.co.uk/ideas/videos/the-freaky-world-of-never-ending-fractals/p07vddcn>
4. Латыпова Н.В., авт.-сост. Л 278 Фрактальный анализ: учеб. пособие. – Ижевск: Издательский центр «Удмуртский университет», 2020 – 120 с.
5. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. – М.: «Университетская книга», 2005
6. Иудин Д.И. Фракталы: от простого к сложному / Д.И. Иудин, Е.В. Копосов; Нижегород. гос. архитектур.-строит. ун-т – Н. Новгород: ННГАСУ, 2012.–200 с., ISBN 978–5–87941–829–3
7. Черкасова, М. С. Применение фракталов в медицине / М. С. Черкасова. — Текст : непосредственный // Молодой ученый. — 2019. — № 8 (246). — С. 175-177.
8. Н. Белокопытов «ЧЕЛОВЕЧЕСКИЙ МОЗГ КАК ФРАКТАЛЬНАЯ ГОЛОГРАММА ВНЕШНЕГО НЕЛИНЕЙНОГО МИРА» ВЕСТНИК ИрГТУ №8 (67) 2012, Сибирский государственный технологический университет.
9. ЖУРНАЛ: FLUCTUATION AND NOISE LETTERS. Publishing Co. ISSN: 0219-4775eISSN: 1793-6780
10. Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2014. № 3. С. 105–115.
11. Российский медико-биологический вестник имени академика И.П. Павлова, №2, 2012 г.
12. Известия ТРТУ. Тематический выпуск. 2002 г.
13. Волкова Т. И. Сердце человека как «образ» фрактала и «подобие» золотого сечения // Научно-методический электронный журнал «Концепт». – 2015.
14. Журнал Nature Reviews Cardiology. Publishing Co. ISSN: 0219-4775eISSN: 1775-6632

## ПРИЛОЖЕНИЕ

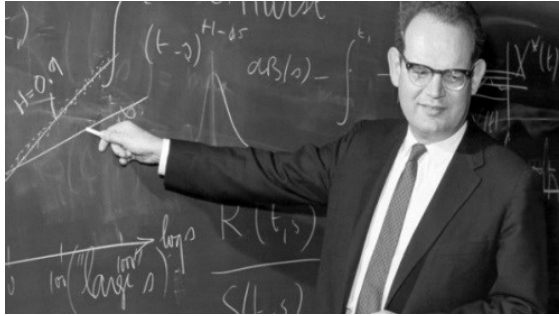


Рисунок 1. Б.Мандельброт

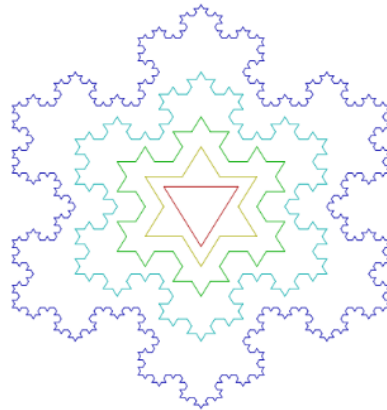


Рисунок 2. Снежинка Коха

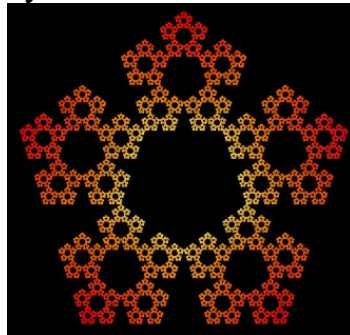


Рисунок 3. Пятиугольник Дюрера

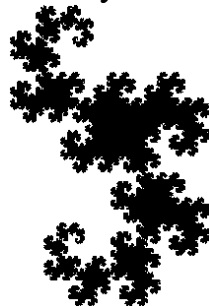


Рисунок 4. Кривая дракона

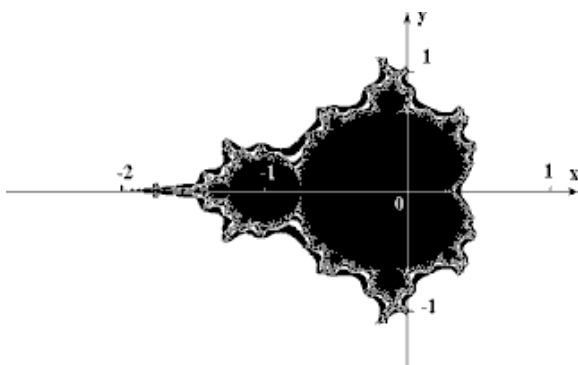


Рисунок 5. Множество Мандельброта



Рисунок 6. Участок границы множества Мандельброта, увеличенный в 200 раз.



Рисунок 7. Изображения стохастических фракталов



Рисунок 8. Фрагмент кровеносной системы человека

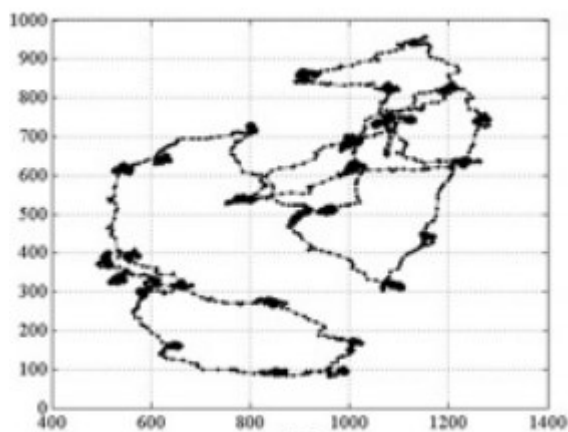


Рисунок 9. Последовательность фиксации поисковых движений наших глаз

Класс, в котором Вы обучаетесь  
43&nbspr;ответа

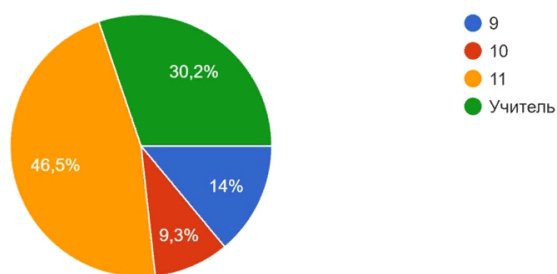


Рисунок 10. Результаты опроса

Знаете ли Вы, что такое фракталы?  
43&nbspr;ответа

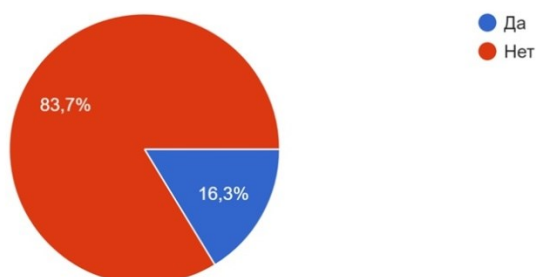
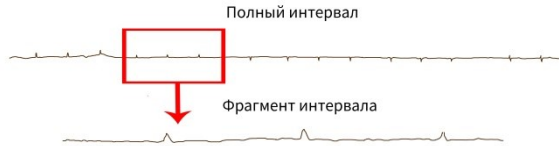


Рисунок 11. Результаты опроса



Диагноз: Гипертрофия левого и правого желудочка, признаки полной блокады правой ножки п. Гиса

Рисунок 12.



Диагноз: Синусовая брадикардия

Рисунок 13.



Рисунок 14.

Приведите пример фрактальной структуры в природе  
43&nbsp;ответа

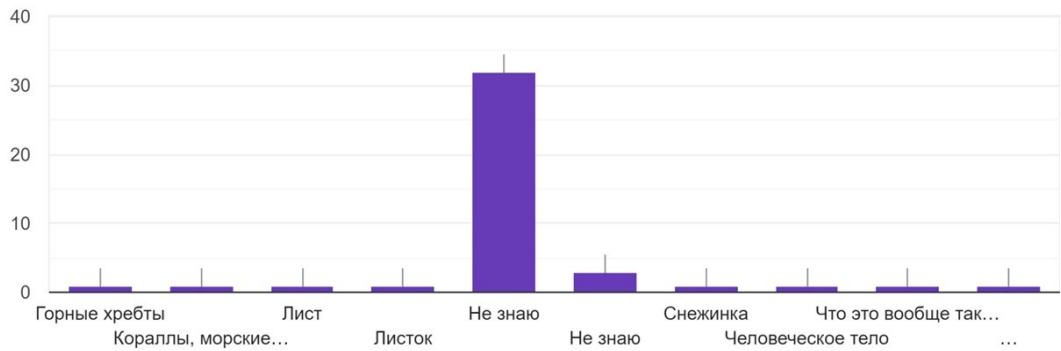


Рисунок 15. Результаты опроса



Приведите пример алгебраического фрактала

43&nbsp;ответа

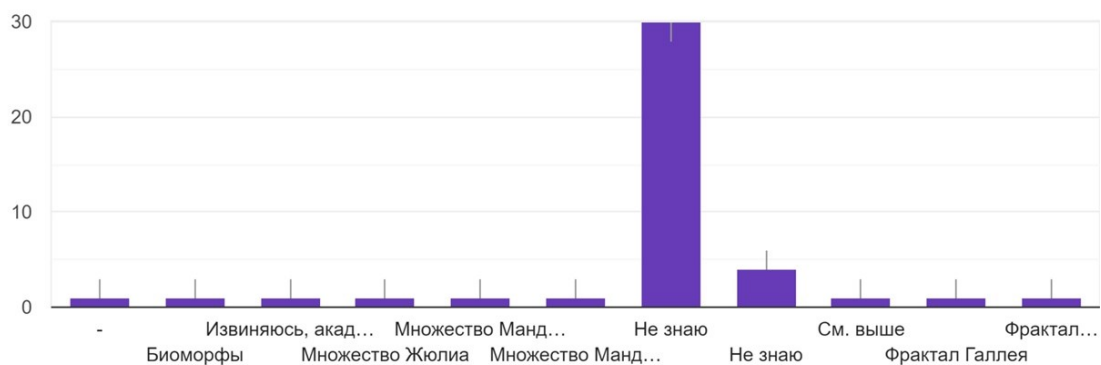


Рисунок 16. Результаты опроса

Приведите пример фрактальной структуры в природе

43&nbsp;ответа

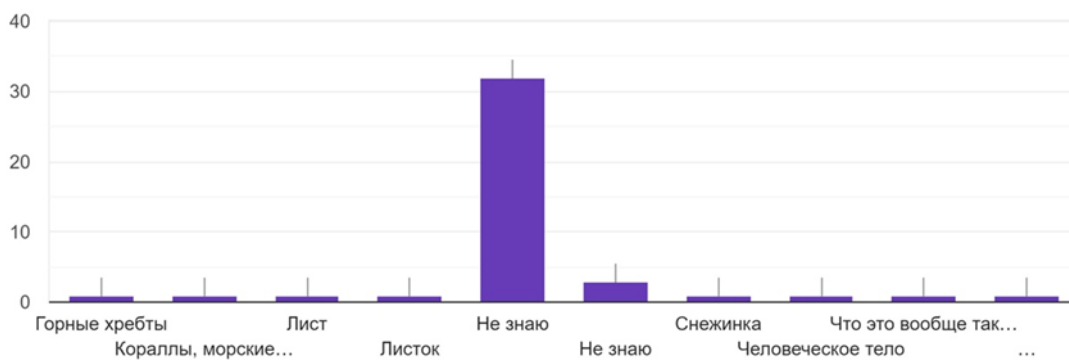


Рисунок 17. Результаты опроса

**Фрактал** - это геометрическая фигура, обладающая свойством самоподобия, то есть составленная из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком.

Встретить фракталы можно каждый день - они находятся повсюду. Обратите внимание на деревья - это самый простой вид самоповторяющейся фигуры. Из ствола исходят его подобия-веточки, а из веточек подобия их самих..

**ФРАКТАЛ.. А МЫ-ТО ПРИЧЕМ?**

Всё очень просто - наша анатомия и физиология тесно связаны друг с другом, ведь внутри нас кладезь повторяющих себя элементов.

**ЭЛЕМЕНТ 1.** ↓

Кровеносные сосуды. На нижней картинке видно, как из (материнского) сосуда исходят ему же подобные ответвления, а из этих же ответвлений подобия материнского сосуда. Фигура самоповторяется. Это фрактал!

**КАК СВЯЗАНЫ ТЕЛО И МАТЕМАТИКА ?**

Рисунок 18. Буклет, сторона 1

**ЭЛЕМЕНТ 3.** ↓

Сердце. Фракталоподобная структура соединительно-тканых образований (сухожилий) в самом сердце прикрепляет митральный и трехстворчатый клапаны к мышцам.

**ПОЧЕМУ ЭТО ВАЖНО?**

Начнем с того, что современные технологии и методы исследований развиваются, и благодаря фракталам ученые могут найти возможности решения множества проблем со здоровьем, ведь иногда фракталы описывают реальный мир даже лучше, чем традиционная физика.

**ЭЛЕМЕНТ 2.** ↑

Общий вид тела человека. В качестве основания фрактала выступает туловище, из которого исходит его подобие - руки и ноги. Из рук и ног исходят подобные им по форме конечности - пальцы. Наша голова собой представляет шар, при этом наши глаза и их элементы тоже шарообразны, соответственно одно является подобием другого.

При нарушении фрактальности этой структуры может возникнуть сердечная недостаточность, и если сердце состоит не из самоподобных структур - это считается патологией

Рисунок 19. Буклет, сторона 2