

III региональная учебно-практическая конференция
детских исследовательских и проектных работ «Эврика!»

Исследование на тему:
«Практическое применение ленты Мёбиуса»

Работу выполнил:
ученик 9 «а» класса
МБОУ «Буретская СОШ»
Грязин Леонид

Руководитель:
учитель математики
МБОУ «Буретская СОШ»
Дробышева С.Е.

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
I. ОТКРЫТИЕ ЛЕНТЫ МЁБИУСА	4
II. КАКАЯ НАУКА ИЗУЧАЕТ ЛЕНТУ МЁБИУСА?	5
III. ОПРОС «ЧТО ВАМ ИЗВЕСТНО О ЛЕНТЕ МЁБИУСА?»	6
IV. ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ЛЕНТЫ МЁБИУСА.....	8
V. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ЛЕНТЫ МЁБИУСА	11
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	14
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	15

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность. Тема «Лента Мёбиуса» занимает особое место в математике. Открытие этого объекта послужило формированию целого раздела математики под названием топология. Я провёл опрос о ленте Мёбиуса среди учащихся нашей школы, который показал, что об этом удивительном объекте мало что известно. Лента Мёбиуса нашла огромное практическое применение, множество полезных изобретений было запатентовано благодаря открытию Августа Мёбиуса. Более 150 лет прошло со дня открытия ленты, но она до конца не изучена и учёные до сих пор выдвигают гипотезы, связанные с ней. Например, к таким гипотезам относится то, что спираль ДНК – это фрагмент ленты Мёбиуса и именно это может объяснить биологическую смерть, поскольку спираль замыкается сама на себя и уничтожается. А другая удивительная гипотеза заключается в том, что Вселенная замкнута в ленту Мёбиуса. Но не только учёные вдохновляются этим величайшим открытием, но и поэты, художники, скульпторы и архитекторы. И я нашёл вдохновение в этом объекте и решил как можно больше узнать о нём. Я считаю, что всё вышесказанное обуславливает актуальность выбранной темы.

Цель исследования: изучить свойства ленты Мёбиуса и найти её практическое применение.

Задачи:

1. Изучить, проанализировать и систематизировать информацию по ленте Мёбиуса в сети Internet и в научной литературе.
2. Провести опрос учащихся 7-11 класс нашей школы на тему: «Что Вам известно о ленте Мёбиуса?»
3. Выявить и проверить на практике свойства ленты Мёбиуса.
4. Определить области применения ленты Мёбиуса.

Гипотеза: исследуя поверхность ленты Мёбиуса можно определить её практическое применение.

Объект исследования: лента Мёбиуса.

Предмет исследования: свойства ленты Мёбиуса.

Методы исследования: поисковый метод (научная литература, информация в сети Internet), анализ и синтез информации, эксперимент, опрос.

I. ОТКРЫТИЕ ЛЕНТЫ МЁБИУСА

Лента Мёбиуса названа в честь её открывателя – Августа Фердинанда Мёбиуса (Рис.1), немецкого математика.



Рисунок 1.

Август Мёбиус родился на Саксония-Анхальт 17 ноября 1790 г. Когда мальчику было всего три года, у него умер отец. Мёбиус получил домашнее начальное образование, и уже тогда проявлял большой интерес к математике. После окончания колледжа в Шульпфорте в 1809г., Мёбиус поступил в Лейпцигский университет. Там его преподавателем был знаменитый математик и астроном Карл Брандан Моллвейде, который оказал огромное влияние на будущего учёного. Также учителями Мёбиуса были такие великие математики как Карл Фридрих Гаусс и Иоганн Пфафф (учитель Гаусса). Таким образом, Август Мёбиус получил очень глубокие знания по математике и астрономии. Впоследствии, Мёбиус руководил астрономической лабораторией в Лейпцигском университете, написал множество трудов по геометрии, в 1815 году защитил докторскую диссертацию.

В 1858 году учёный сделал открытие, которое прославило его, открытие односторонней кольцевой поверхности. Причём идея пришла в голову Мёбиусу, когда он крутил в руке ленту, неправильно сшитую его служанкой. Удивительно то, что в тот же год ленту с одной стороной открыл ещё один ученик Гаусса – Иоганн Листинг, который написал огромное количество трудов по топологии. Но многие исследователи предполагают, что лента была открыта ещё в древнем мире. Подтверждением этого является древняя мозаика с изображённой на ней перекрученной лентой (Рис.2).



Рисунок 2.

Но всё же своё название удивительная лента получила в честь Августа Мёбиуса, но статья о свойствах ленты была опубликована лишь после смерти учёного. Август Фердинанд Мёбиус скончался 26 сентября 1868 г. в Лейпциге.

II. КАКАЯ НАУКА ИЗУЧАЕТ ЛЕНТУ МЁБИУСА?

Лента Мёбиуса – это геометрический объект, но её не изучают в школьном курсе геометрии. Как я выяснил, лентой Мёбиуса занимается раздел геометрии под названием топология. Топология – это наука о геометрических свойствах, которые сохраняются при непрерывной деформации фигуры. Топология изучает явление непрерывности. Т.е. в топологии фигуры можно растягивать, гнуть, сжимать, скручивать, но не рвать или склеивать. Весьма важными для топологии являются понятия гомеоморфизма и гомотопии (упрощённо: это типы деформации происходящие без разрывов и склеиваний).

В отличие от геометрии в топологии не рассматривают метрические свойства объектов, например, такие как расстояние между парой точек, величина углов, периметр или площадь.

Для тополога треугольник, квадрат и круг – это одно и то же. Точно так же как и тетраэдр не отличим от куба или сферы. На мой взгляд, топология – очень сложная наука, в которой рассматриваются абсолютно абстрактные сущности. Сферу можно гомеоморфно деформировать в верблюда, а бублик – в кружку (Рис.3).

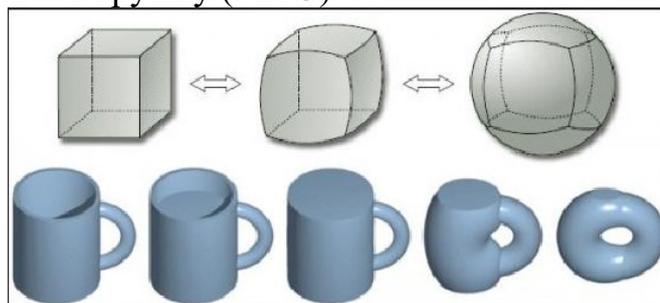


Рисунок 3.

Топология берёт своё начало с изучения задач по геометрии. Первые результаты в духе топологии появились в работах Лейбница и Эйлера. Однако, впервые топология появилась в 1847 году в работе Листинга. Когда топология только зарождалась (конец 18 – начало 19 века), её называли геометрией размещения. Общая топология зародилась в конце 19 века и оформилась в самостоятельную математическую дисциплину в начале 20 века. основополагающие работы принадлежат: Хаусфорду, Пуанкаре, Александрову, Урысону, Бауреу. Знаменитая гипотеза Пуанкаре, кстати, доказанная Григорием Перельманом, звучит так: «Всякое компактное трёхмерное многообразие без края гомеоморфно трёхмерной сфере». Простыми словами эту гипотезу можно изложить следующим способом: если какая-то трёхмерная поверхность чем-то похожа на сферу, то её можно расправить в сферу.

Наибольшую популярность среди математиков топология получила приблизительно с 1925 г. по 1975 г. В это время топология бурно развивалась.

Учёные выделяют следующие разделы топологии:

1. общая топология,
2. алгебраическая топология,
3. дифференциальная топология,
4. вычислительная топология.

Итак, Лента Мёбиуса – это классическая топологическая односторонняя поверхность с одним краем.

III. ОПРОС «ЧТО ВАМ ИЗВЕСТНО О ЛЕНТЕ МЁБИУСА?»

В ходе своего исследования я узнал много интересного об этой таинственной фигуре, и мне стало любопытно, что знают о ленте Мёбиуса мои товарищи. Мною был составлен опрос в Google forms https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSez5mzrfCTI_NBD-VqGR2bKOODsPrtzYUAnpFfN9tfDb81rNg/viewform, ответы на который дали учащиеся 7-10 классов моей школы. Опрос прошли 24 человека, 75% ответили, что знают, что такое лента Мёбиуса (Рис.4). Меньше половины опрошенных учащихся – 47,8% знают, какая наука изучает ленту Мёбиуса (Рис.5). Всего 2 человека смогли назвать область применения ленты, 87,5% не знают изобретения, где бы применялась лента Мёбиуса (Рис.6).

Знаете ли вы что такое лента Мёбиуса

24 ответа

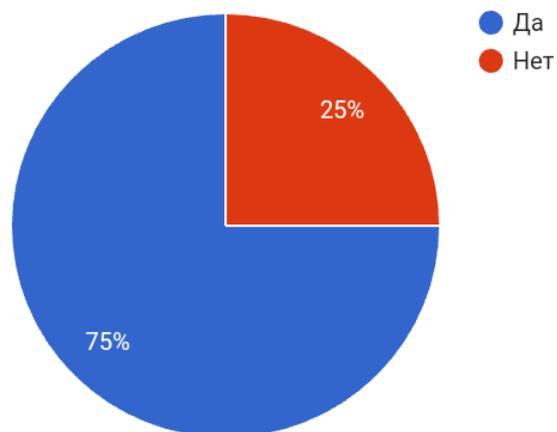


Рисунок 4.

Какая наука изучает ленту Мёбиуса

23 ответа

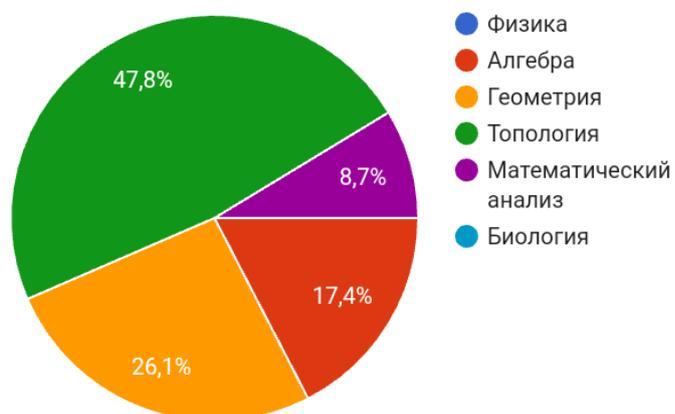
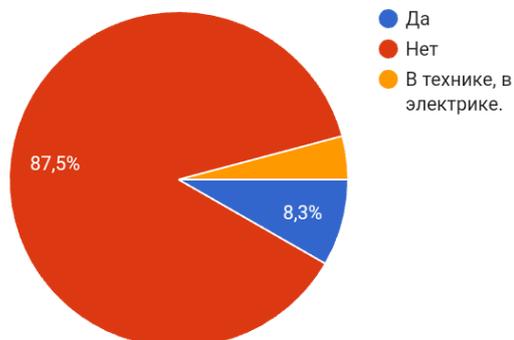


Рисунок 5.

Знаете ли вы какие-либо
изобретения с применением
ленты Мёбиуса

24 ответа



Если да то какие?

2 ответа

Принтер

красящие ремни для печатающих устройств

Рисунок 6.

В результате проведённого опроса выяснилось, что не многие учащиеся нашей школы владеют информацией по ленте Мёбиуса. Я считаю, что результаты моего исследования можно использовать в работе математических кружков и на факультативах по математике, тем самым повышать интерес учащихся к математике.

IV. ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ЛЕНТЫ МЁБИУСА

Как выяснилось, ленту Мёбиуса можно изготовить самостоятельно. Для этого я взял бумажную ленту ABCD длиной 40 см и шириной 4 см. Затем перевернул край CD на 180° , так чтобы точка C совпала с точкой B, а точка D – с точкой A (Рис.7), соединил края полоски и склеил их. Лента Мёбиуса готова!



Рисунок 7.

Этот простой объект обладает рядом удивительных топологических свойств, которые я самостоятельно проверил. Я рассмотрел ленту Мёбиуса и простое кольцо.

Непрерывность и односторонность.

Доказать данные свойства очень просто. Я взял маркер, поставил точку в середине простого кольца и ленты Мёбиуса и начал непрерывно рисовать линии вдоль лент. В результате, линии замкнулись, т.е. пришли в исходную точку. Но на простом кольце линия была нарисована только на одной стороне, а на ленте Мёбиуса линия была нарисована по всей ленте (Рис.8), что доказывает непрерывность и односторонность ленты Мёбиуса.



Рисунок 8.

Наличие одного края.

Для доказательства данного свойства я также взял простое кольцо и ленту Мёбиуса и закрасил непрерывной линией только один край колец.

Получилось, что у простого кольца покрашен только один край, а второй – нет. А у ленты Мёбиуса получился окрашенным весь край (Рис.9). Таким образом, лента Мёбиуса имеет один край.



Рисунок 9.

Отсутствие ориентированности.

Действительно, лента Мёбиуса не обладает таким важным свойством, как ориентированность. Представим человека, идущего по этой фигуре. Сделая полный обход ленты он вернётся в исходное положение, но в зеркальном отражении самого себя (Рис.10).



Рисунок 10.

Связность.

Для доказательства этого свойства я взял простое кольцо и разрезал его вдоль, в результате получил два кольца. Затем я разрезал вдоль ленту Мёбиуса и получил одно перекрученное кольцо в виде бесконечности,

причём длина его в два раза больше (Рис.11). В этом и заключается связность ленты Мёбиуса.

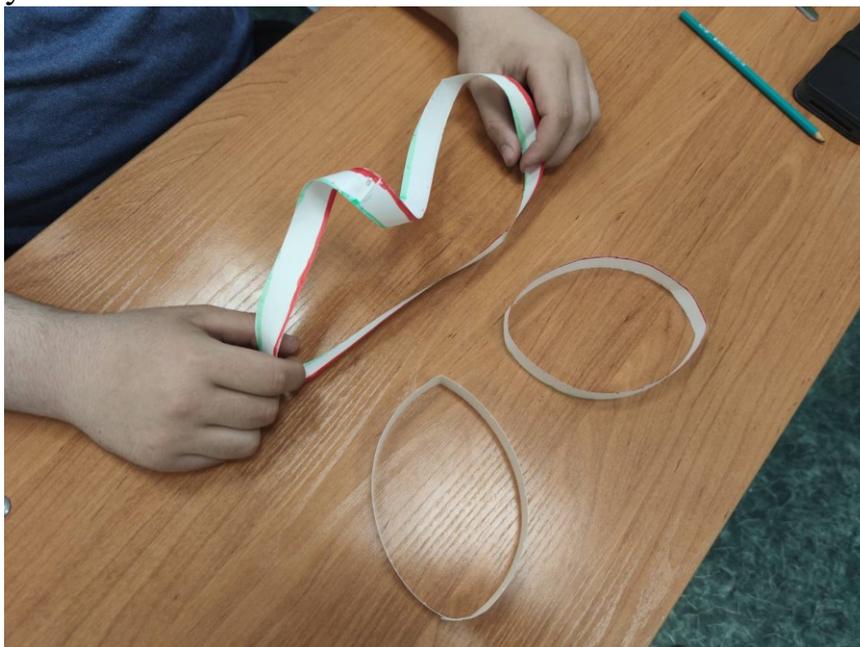


Рисунок 11.

V. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ЛЕНТЫ МЁБИУСА

Изучив информацию в сети Internet и в научных статьях, я нашёл множество изобретений, основанных на свойствах ленты Мёбиуса. И вот только некоторые из них. В 1885 году в Германии был изобретён силовой передаточный ремень, свёрнутый в виде ленты Мёбиуса (Рис.12).

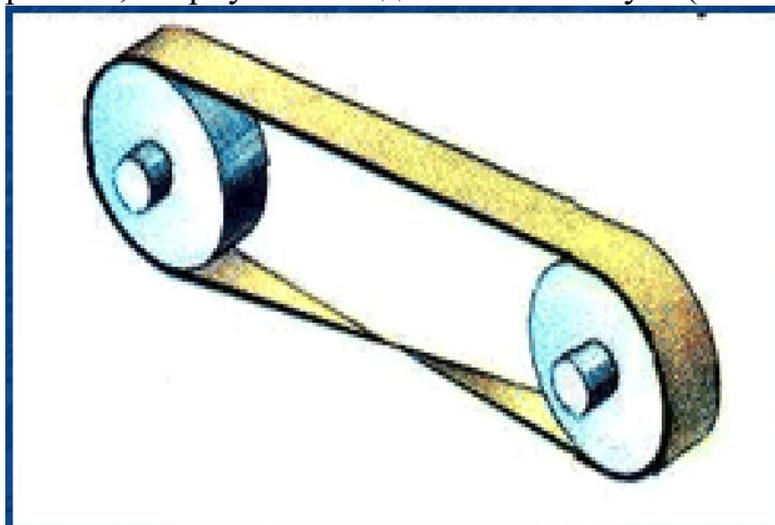


Рисунок 12.

Впоследствии форму ленты повторили при создании красящей ленты в принтерах, полосы ленточного конвейера, а также абразивных ремней для заточки инструментов. Это позволило увеличить срок их службы в два раза, потому как изнашивание происходило более равномерно.

Великий учёный Никола Тесла в 1886 году запатентовал многофазную систему переменного тока. После усовершенствования устройства выявился ряд уникальных свойств изобретения. Во-первых, устройство в статическом положении давало ток, хотя и небольшой. Во-вторых, в динамическом положении устройство не только давало ток, но и совершало работу по закручиванию двух нитей в виде треугольного подвеса, поднимая себя.

С 1913 по 1923 гг. было множество патентов в области кинопроизводства. В частности, изобретатель Ли де Форс предложил записывать звук на киноленте сразу с двух сторон, без смены катушек.

Лента Мёбиуса также использована в кассетах для магнитофона, там лента перекручиваясь склеивается в кольцо, что позволяет записывать и считывать информацию с двух сторон. Это позволило увеличить ёмкость кассет, а значит и время звучания.

В 1969 году советский изобретатель Амир Губайдуллин запатентовал бесконечную шлифовальную ленту в виде листа Мёбиуса.

В апреле 1993 г. в США было запатентовано смешивающее устройство в форме ленты Мёбиуса.

Последний патент был выдан в РФ в октябре 2012 года на преобразователь энергии потока с использованием свойств ленты Мёбиуса. Но я уверен, что это не последнее изобретение, в котором используются свойства ленты Мёбиуса. И это только малая часть патентов по этой теме, выданных за последние 50 лет.

Стоит отметить, что в настоящее время интерес к ленте Мёбиуса очень велик. Архитекторы проектируют и воплощают в жизнь здания необыкновенной формы (Рис.13).



Рисунок 13.

Конструкторы создают головокружительные аттракционы (Рис.14), дизайнеры – необычную мебель (Рис.15). Скульпторы, художники, ювелиры, фокусники и поэты находят вдохновение в ленте Мёбиуса. И даже спортсмены - лыжники выполняют фигуру высшего пилотажа «лента Мёбиуса». Не удивительно, что ленте Мёбиуса устанавливают памятники (Рис.16).



Рисунок 14.



Рисунок 15.



Рисунок 16.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Я провёл опрос среди учащихся моей школы: «Что вам известно о ленте Мёбиуса?». В результате проведённого опроса выяснилось, что не многие учащиеся нашей школы владеют информацией по ленте Мёбиуса.

В ходе проведённого исследования мною была изучена информация, касающаяся ленты Мёбиуса в сети Internet и в научных статьях. Мною была изучена, а затем описана биография учёного Августа Мёбиуса, в честь которого назван объект моего исследования. Также были рассмотрены теории открытия ленты Мёбиуса.

Поскольку лента Мёбиуса – это топологический объект, я счёл важным часть своей работы посвятить данному разделу математики.

Каждый топологический объект обладает рядом свойств, которые я проверил на практике. Из бумаги я склеил простое кольцо и ленту Мёбиуса и проверил, обладают ли данные объекты такими свойствами как односторонность, связность, непрерывность. Действительно, получилось, что лента Мёбиуса – это односторонняя, непрерывная, связная фигура с одним краем и отсутствием ориентированности.

Далее я изучил информацию в сети Internet и научных статьях на предмет применения ленты Мёбиуса. Также мною были изучены патенты на изобретения, основанные на ленте Мёбиуса, полученные в РФ и США. Изучив данные изобретения, можно сделать вывод, что все они основываются на таком свойстве ленты как односторонность. И действительно, изучив свойства ленты Мёбиуса можно определить её практическое применение, что означает подтверждение выдвинутой гипотезы.

Я считаю, что материалы моего исследования можно использовать на внеурочных и факультативных занятиях, причём не только математики, но и технологии, истории, литературе, изобразительного искусства.

Удивительное – рядом!

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бережной А. Б. «Ещё раз про ленту Мёбиуса» журнал «Изобретательство», №11, 2007 г., с. 9-11.
2. Данилова, Ю. А. «Математический цветник» М.: Просвещение, 2009.
3. Стройк, Д. Я. «Краткий очерк истории математики», М.: Просвещение, 2001.
4. Топология [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://dic.academic.ru/dic.nsf/%20ruwiki/1103>
5. Удивительные свойства листа Мёбиуса [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://shkolazhizni.ru/archive/0/n-13219/>
6. Шарыгин, И.Н. «Наглядная геометрия», М.: Дрофа, 2011.